サプライ・チェイン最適化雑感

久保 幹雄 東京海洋大学 流通情報工学科

アブストラクト.本稿は,サプライ・チェイン最適化の難しさの要因と対処法,帰着と変形,配送計画などについての感想を書き綴った雑感である.

(キーワード: サプライ・チェイン最適化,複雑性と不確実性,帰着と変形,配送計画,人道支援ロジスティクス,在庫最適化)

1 はじめに

筆者は,サプライ・チェイン最適化の実務と理論の橋渡しを行うことを目指して活動をしてきた.本稿では,そこで得た雑多な知見や感想について書き綴ってみたいと思う.

構成は以下の通り.

- 2 節では,サプライ・チェイン最適化の難しさを複雑性と不確実性に分類し,各々に対する対処法について考える.
 - 3節では,実際問題を短時間で解決するためのコツである帰着と変形について,例を交えながら解説する.
 - 4 節では,配送計画の普及までの道のりと今後の展望について述べる.
 - 5 節では,今後の課題として人道支援ロジスティクスと在庫最適化などについて述べる.

2 複雑性と不確実性

サプライ・チェインに関連する最適化の難しさの本質は大きく2つに分けられるような気がしている .1 つは組合せ的な難しさ(ここでは複雑性と書いているが、いわゆる \mathcal{NP} -困難性のこと)であり、もう1つは不確実性に関するものだ(図 1).

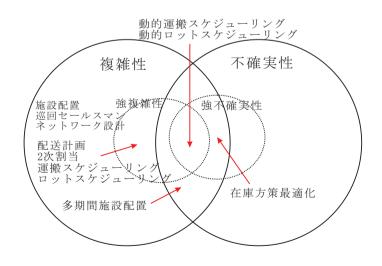


図 1: 複雑性・不確実性とサプライ・チェイン最適化モデル.

前者の複雑性に対しては,ほとんどの実際問題を何とか解決できそうだという感じをもっている.ある有名な研究者の談によると, \mathcal{NP} -困難というのは,定義通り「難しい-intractable-」と読むのではなく「簡単に解ける」と読むそうだ.優秀な学生をたくさん抱える研究者にとっては \mathcal{NP} -困難など恐れるに足らずという訳だが,適切なアプローチを選択しないと,やはり難しい実際問題は解くことができない.どのような手法で解けば良いかを選択することは,職人芸の範疇に属する.あえてコツといえば,たくさんの応用論文を実験結果の適正さに注意を払いながら読んでおくことや,幅広い手法に熟達しておくことがあげられる.

私が現実問題を解決する際には,数理計画かメタヒューリスティクス(もしくは両者のハイブリッド)を使うことが多い.問題によっては,メタの付かない単なるヒューリスティクスを推奨することもあるが,まあそれもメタヒューリスティクスの一種ということにしておこう.これらの使い分けの方法や利点・弱点については [6,7] で書いたので,ここでは省略する.要は問題の構造をよく見て,適切なアプローチを選択するだけなのだが,これがうまくできない研究者や実務家も多い.多くの過ちは,我田引水シンドロームと私が名付けたもので,自分の得意とするアプローチや自分の研究テーマを無理やりに使うことによるものであり,特定の手法を売りにしているソフトハウスや研究室に仕事を依頼する際には,特に注意する必要がある.世の中に万能薬というものは存在しないし,仮にあったとしても大して効かないものなのだ.

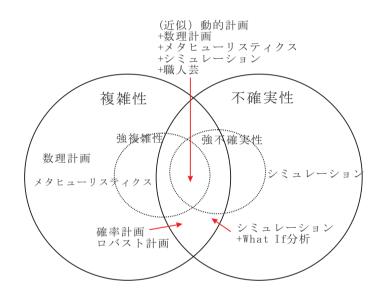


図 2: 複雑性・不確実性と対処法.

後者(不確実性)に対しては,複雑性よりも厄介であるというのが率直な感想だ.実際問題に対するヒヤリングをしていると,確率分布が特定できないというレベルではなく,未来に対する情報が全くとれないといったケースがしばしばある.情報はベテラン担当者の頭の中にだけ(ぼんやりと \approx 非定量的なデータとして)入っているか,もしくは宵越しの情報をもたず現場のノウハウで切り抜けているのだ.研究者たちは,しばしばデータに関する分類として,大きく確定的・確率的の2つに分けて扱うが,実際問題においては,それに「何の情報もない」を加える必要があるのである.

未来のデータに対して「何の情報もない」ことを扱う理論がないわけではない.オンラインヒューリスティクスとよばれるアルゴリズム解析パラダイムに対する研究もあるが,その理論は美しすぎて,サプライ・チェイン最適化の実際問題に対してはほとんど役に立たない.実際には(予測された)確定値で近似したり,過去の履歴を用いたりすることによって解決することが多いが,理論家がモデルを組む際に安易に使う確率分布が

既知であるとか、定常な確率過程であるという仮定は、しばしば現実から大きく離れてしまうのである、

確率的な情報が得られるという前提であれば,不確実性に対処するための万能薬としてシミュレーションを使うことができる.シミュレーションは(多少の苦労さえ厭わなければ)現実問題に近い精度で,方策の評価を行うことができる.問題になるのは,モデルに内在するパラメータを最適化することだが,パラメータが多くなるとシミュレーションを用いたwhat if 分析だけでは,現実的には不可能になる.問題の構造を生かせば1回のシミュレーションの軌跡で複数のパラメータに対する評価関数の微分値を計算するテクニック(無限小摂動解析)が使えるが,これは問題依存であり万能薬にはなり得ない.

不確実性を含んだモデルの分類方法として,確定的・確率的(さらには何の情報もない)の他に,静的・動的という分類もある.時間は未来永劫に続き,企業も(できれば)未来永劫続いて欲しいので,特定の時間で区切った静的モデルでは不十分であり,時間とともに変化する情報をもとに最適化を行う動的モデルが必要になる.現実には,時間を区切った静的最適化モデルを繰り返し解くことによって動的モデルを近似することが多い.たとえば,年度計画を四半期で区切った多期間モデルで立て,次いで月次計画,週次計画,日次計画,リアルタイム制御と順に解いていくわけである.この際,各階層における計画の情報の受け渡し方法と,時間をずらして再最適化を行ういわゆるローリング・ホライズン方式が近似精度を高めるための鍵になる.

図 1 、2 では,不確実性を含んだ動的モデルを強不確実性と表現している.強不確実性をもち,かつ組合せ的にも難しい問題に対しては未だ決定打はないが,フレームワークとしては動的計画(類似品としてマルコフ決定過程,強化学習)がある.動的計画はモデルを記述するだけなら万能であるが,いわゆる次元の呪いのため,玩具問題以外では役に立たないことが多い.最近では,動的計画に近似を導入するための工夫が幾つも提案されており,問題にあった工夫と職人芸を加えることによって,それなりに役に立つシステムが設計されている.ただし,職人芸-art-は,きちんとした理論に裏打ちされたものでなければならない.たとえば,数理計画やヒューリスティクスを将来の費用関数(動的計画における到達費用関数)の推定に用いる方法や,シミュレーションを組み込むことによって不確実性を取り込み,ニューラルネットなどを用いて関数近似を行う方法が,問題によっては有効である.

3 帰着と変形

帰着 $-\mathrm{reduction}$ —とは, \mathcal{NP} -困難性を証明するためのツールだが,実務の問題を短時間で解決する際にも大いに役立つ.

 \mathcal{NP} -困難性の証明のためには,B が難しいことを示すために, $A \to B$ の帰着を行う.簡単に言うと, $A \to B$ は,B をサブルーチンとして用いて A を解くことによって示される.より厳密には, A の問題例 I を B の問題例に変換するための多項式時間アルゴリズム f と,B の解 S を A の解に変換するための多項式時間アルゴリズム h によって,A から B への帰着を行う.まず,I を f によって f(I) に変換し,問題 B を解くためのアルゴリズムに入力する.B が解を返せば,その結果 S=B(f(I)) を h によって h(S) に変換したものを A の解として出力し,解がなければ A も解なしと出力する(図 3). $A \to B$ が証明できれば,B は A と同等かそれ以上に難しいことが言えるので,A が \mathcal{NP} -困難なら,B も \mathcal{NP} -困難になる.これが計算量の理論における帰着の利用法である.

実際問題を帰着によって解決する際には,計算量の理論とは逆に,A を解くために B を用いる.具体的には,B を解くためのアルゴリズムが手元にあって,類似の実際問題 A を短時間で解きたいときに,A の問題例をちょっと変換して B の入力になるようにすることによって,B を用いて A を解くのである.これは帰着

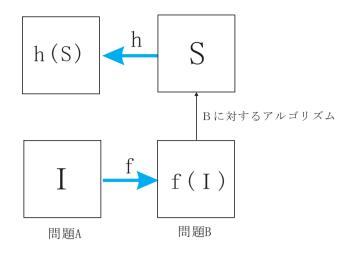


図 3: 問題の帰着の参考図.

の自然な利用法であると考えられるが,元の問題の構造を損なわないように,言い換えれば無理やりでない帰着が重要になる.ただし,どのような帰着方法が無理やりでないかは,やはり職人芸の範疇に含まれる.

帰着の例を幾つか示しておく.

最初の例は,パス型の巡回セールスマン問題から(通常の)巡回セールスマン問題への帰着である.念のために,巡回セールスマン問題の定義を書いておく.

巡回セールスマン問題

n 個の点から成る無向グラフ G=(V,E),枝上の距離(重み,費用)関数 $D:E \to R$ が与えられたとき,すべての点集合 V をちょうど 1 回ずつ経由する巡回路で,枝上の距離の合計(これを巡回路の長さとよぶ)を最小にするものを求める問題.

パス型の巡回セールスマン問題とは,与えられた始点sと終点tの間のパスで,他のすべての点をちょうど 1 回ずつ経由するものを求める問題である.帰着は容易であり,ダミーの点dを追加して,さらに2本の距離 0 の枝(s,d)と(d,t)を追加すれば良い(図4).これが変換fに相当するものである.パス型の巡回セールスマン問題の解は,巡回セールスマン問題の解が存在するならば,解を表す巡回路から枝(s,d)と(d,t)を除くことによって得ることができる.巡回セールスマン問題の解がない場合には,パス型の問題も解なしになる.これは,パス型に解があるなら,枝(s,d)と(d,t)を加えることによって巡回路ができるので,その対偶をとることによって証明できる.これが変換f1に相当する.

このようなダミーの発想はコロンブスの卵であるが、ちょっと訓練をすれば容易に行うことができる。実は (通常の)巡回セールスマン問題からパス型の巡回セールスマン問題への帰着も行うことができるが、これは読者への練習問題としておこう。

次に,非対称巡回セールスマン問題から対称巡回セールスマン問題への帰着を考える.上で定義した巡回セールスマン問題は,無向グラフ上で定義されていたので,対称巡回セールスマン問題とよばれる.一方,有向グラフ上で定義される(行きと帰りの枝の距離が異なる)問題を,非対称巡回セールスマン問題とよぶ.

非対称巡回セールスマン問題の方が一般的であるので,対称巡回セールスマン問題から非対称巡回セールスマン問題への帰着は自明であるが,この帰着を利用して対称な問題を解くことは,小規模問題例以外では推

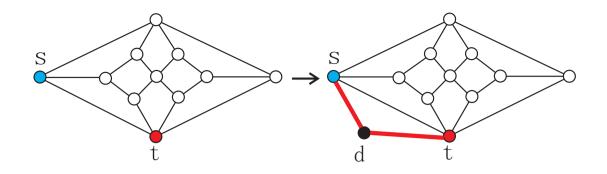


図 4: パス型の巡回セールスマン問題の巡回セールスマン問題への帰着.

奨できない.距離行列を一様乱数によって生成したランダムな非対称巡回セールスマン問題は,割当問題を緩和問題とした分枝限定法で容易に解くことができる.しかし,対称性が強まるにつれて割当問題による下界は弱くなり,中規模程度の問題例さえ求解不能になる.実務で発生する非対称巡回セールスマン問題はより難しく,厳密解法はおろか,近似解法でも決定打がないのが現状である.一方,対称巡回セールスマン問題に対しては,Lin-Kernighan opt [12] に代表される効率的な近似解法がたくさん準備されている.これを用いて非対称巡回セールスマン問題の近似解を得る方法は,実務において有効な選択肢になる.

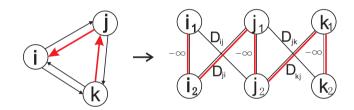


図 5: 非対称巡回セールスマン問題の対称巡回セールスマン問題への帰着.

以下では,非対称巡回セールスマン問題が2 倍の大きさの対称巡回セールスマン問題に帰着できることを示そう.非対称巡回セールスマン問題における2 つの点 i,j 間に枝 (i,j) と (j,i) が定義されていたとき,点i,j のコピーを2 つ作り,それぞれ i_1,i_2 , j_1,j_2 とする. $D_{ij}(D_{ji})$ に対応する対称巡回セールスマン問題の枝を (i_1,j_2) ((i_2,j_1)) とし,その距離を $D_{ij}(D_{ji})$ と設定する(すなわち, i_1,j_1 には出る方の有向枝に対応する枝を引き, i_2,j_2 には入る方の有向枝に対応する枝を張る.)また, i_1,i_2 間に $D_{i_1i_2}=-\infty$ の枝を張り,必ずそこを通過するように規定する(図 5).このように作成された対称巡回セールスマン問題を解くことによって,向きが付けられた巡回路が得られ,それが元の非対称巡回セールスマン問題の解になる.

上で示したように , 対称巡回セールスマン問題 \rightarrow 非対称巡回セールスマン問題の帰着は (非対称巡回セールスマン問題を分枝限定法で解くと仮定すれば) 推奨できず , その逆の非対称巡回セールスマン問題 \rightarrow 対称 巡回セールスマン問題の帰着は (対称巡回セールスマン問題を強力な近似解法で解くと仮定すれば) しばしば 有効である . 両者とも , \mathcal{NP} -困難性の証明という意味では正しい帰着なのだが , 実際問題を帰着によって解くときのセンスの良さは , 帰着された問題がどのような解法で解かれるかに依存して決まるのである .

センスの悪い帰着の例として(後述する)配送計画問題から(付加条件付きの)巡回セールスマン問題への帰着を示そう. 配送計画において運搬車の台数 K が決められているものとする. このとき, デポ(運搬車の

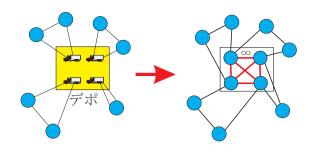


図 6: 配送計画問題の付加条件付きの巡回セールスマン問題の対称巡回セールスマン問題への帰着.

発着地)を表す点を K 個のコピーに分解し,コピー間の移動距離を ∞ と設定することによって,K 個のデポを通過する閉路(ルート)を求める問題が,すべての点をちょうど 1 回通る問題(巡回セールスマン問題)に帰着される(図 6).配送計画問題には,容量制約や時間制約など様々な付加条件が付くので,巡回セールスマン問題には制約が付加されることになるが,これはペナルティとして計算するものとする.一見すると巧く帰着できたかのように見えるが,巡回セールスマン問題に対する近傍(近い解の集合)に対して,付加条件に対するペナルティの差分を高速に計算することができないので,この帰着をもとにした解法は非効率的であり,実用にはならない(付加条件を考慮できるように配送計画の構造を生かした近傍を用いるのが正解である.)この帰着は,配送計画に対する初期のメタヒューリスティクスで用いられていたものであるが,問題が似ているからといって安易に帰着させてはいけないという教訓を我々に与えてくれる.

最後の例として,複雑な制約をもつ実際問題(以下では船舶スケジューリング問題を例とする)から集合被覆(分割)問題への帰着について考えよう.多くの実際問題では,解の候補が限定されている.たとえば,船舶のスケジューリング問題では,船と荷の相性の条件が厳しく,運ぶことができる荷の組合せは限定される.また,船舶の移動を表すルート(荷の輸送と空輸送の繰り返し)も,荷の積み込みと積み降ろしに対する時間枠が厳しいので,可能なルートは限られたものになる.このような場合には,候補を(部分的に)列挙して生成し,その中から適当なものを選択することによって,複雑な制約をもつ問題を容易に解くことができる.船舶と荷に関する複雑な制約や費用関数は,すべて列挙された荷の積み込みパターンとルートで考慮済みであるので,荷を船舶で処理することを記述した制約だけの単純な問題に帰着できる [9, 10].これは集合被覆(分割)問題になり,それほど問題のサイズが大きくなければ市販の混合整数計画(MIP)ソルバーで解くことができる(オリジナルの船舶スケジューリング問題をそのまま MIP ソルバーに入れても全然歯が立たないことに注意されたい。)

近似アルゴリズムを考える際には、帰着における変換アルゴリズム f,h は厳密なものである必要はなく、 (近似解の精度を損なわない範囲内で)誤差を含んでも良い、これを問題例の変形とよぶ、

問題例の変形のアイディアは、複雑な実際問題をモデル化する際にも用いられる自然な戦略である.多くの実務家は、与えられた問題を何らかの方法によって簡略化したモデルを作成し、それを解くことによって元の複雑な問題の近似解を得る(図7).

具体的な問題の変形の方法は,以下のように分類できる.

スケーリング: 問題に含まれる数値を適当な処理(たとえば整数値に丸めること)によって,問題を単純化すること.問題に含まれるデータが,様々な実数値(もしくは比較的大きい整数値)から構成されるときには,適当なスケーリングを施して単純なものに変形することによって,問題の難しさが軽減される.

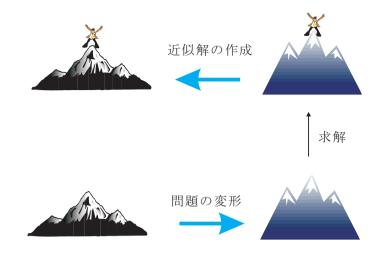


図 7: 問題の変形の概念図.

また,数値丸めを行った問題は,しばしば動的計画によって比較的容易に最適解を得ることができ,その解を利用して元の問題の近似解を得ることができる.これは,理論的な保証をもった ϵ -近似解法(近似スキーム)[11] を導く際に用いられている.スケーリングはネットワーク問題に対するアルゴリズム [2, 4] の設計でも有効であるが,ここで考えるスケーリングは(理論的な裏付けをもたなくても良いという意味で)より一般的なものである.また,スケーリングは大規模な実際問題を単純化して,求解可能なモデルにする際の常套手段でもある.

- 微細なデータの除去: 目的関数に与える影響が少ない小さな数値をもったデータを除くことによって,問題を 単純化すること.例として,スケジューリング問題を考える.まず,処理時間の短い微細なジョブを除 いておき,他の大きなジョブに対するスケジューリングを得た後で,適当な場所に微細なジョブを並べ ることによって元の問題の近似解を得ることができる.これも,近似スキームや大規模な実際問題を簡 略化するために用いられる手法である.
- 平準化:類似の問題の要素を同じものと見なすことによって,問題を単純化すること.上の数値丸めもこのアイディアの一種と考えることもできるが,データの平準化においては必ずしも丸めを用いる必要はない点が異なる.たとえば,スケジューリング問題において,1000種類の異なる(が類似の)ジョブを,同一の 1000 個のジョブとみなすことがデータの平準化に該当する.これも実務においては頻繁に用いられるヒューリスティクスである.
- 集約: 与えられた問題の要素が多い場合に,適当に集約することによって,問題を単純化すること.これも, 大規模な実際問題に対する前処理としてしばしば用いられる.たとえば,たくさんの顧客にサービスを 行うための施設配置問題においては,顧客を事前に集約してから求解することは,大規模問題に対処す るための常套手段であり,その誤差に関する理論的な解析も行われている[3].また,スケジューリング 問題において,小さなジョブを集約して大きめのジョブを作成しておく前処理も,実務ではしばしば用 いられる.

4 配送計画

配送計画問題とは,サプライ・チェインの最終局面で発生する重要な問題であり,多くの研究者によって様々な研究が成されてきた.我が国では,配送計画のソフトウェアはかなり普及しており,現実の問題が(多少のカスタマイズを経た後で)解けるようになってきている.研究の方でも様々なバリエーションに対するアルゴリズムが提案されており,ほとんどの実際問題が解決可能であるといって過言ではない.念のために配送計画問題の例を図8に示す.図に示されているように,1台の運搬車への顧客が割り当てられた後の配送順序を決める問題は(様々な実務的な付加条件がついた)巡回セールスマン問題になる.

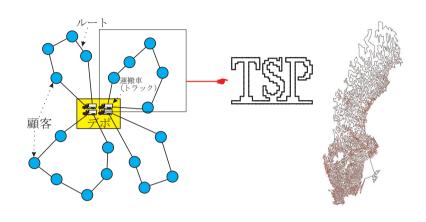


図 8: 配送計画問題と巡回セールスマン問題 (225 点問題と 24,978 都市問題).

私が配送計画の宣伝マンを始めたのは20 年ほど前のことだ.その頃私は,巡回セールスマン問題の多面体構造などに興味をもって研究していた.同時に,大規模な巡回セールスマン問題に対するアルゴリズムの技術指導を幾つかの企業に対して行い,基盤穿孔やVLSIのスキャンチェイン最適化の応用で,数千点の問題を(もちろん近似的にだが)瞬時に解いたりして,実務への橋渡しをしていた.

ついでに、配送計画にも応用できるのではないかと思っていたが、調べてみると配送計画に対しては最適化の技術はほとんど導入されておらず、ルールベースのヒューリスティクスや古典的な構築法が主に使われていることに気づいた.配送計画に対する構築法の代表選手はセービング法(正式にはClarke-Wright 法)[1]であり、いまでも多くの物流の教科書ではこの手法がメインで書かれている.この古典手法が使いにものにならないのは周知の事実だが、いまだに役に立つと宣伝している研究者もいるので注意を要する.ちなみに、セービング法に代表される古典解法は、いわゆる貪欲解法であり、近視眼的に解を構築するだけである.一方、我が国の現場のベテランの能力は(人によってばらつきはあるが)極めて高く、貪欲解法やルールベースによって自動的に算出された近似解が、現場の解より良好なことは、稀であることを認識する必要がある.

当時は、最適化は配送計画の実務では使えないというレッテルが貼られていたが、最近ではほとんどの市販のソフトウェアには(メタヒューリスティクスが主であるが)最適化が組み込まれており、メーカーによる力量の差はあるが、どれもそれなりに役に立っている。配送計画の実際問題には、様々な制約が付加されるので、巡回セールスマン問題に対するアルゴリズムがそのまま使えることは稀であるが、開発のための基本ロジックは同じである。付加条件を巧く取り扱うことができなかったことが最適化が使えないという批判に繋がったと思われるが、適切なデータ構造、ロバストなアルゴリズム設計、帰着のセンスなどがあれば、ほとんどの付加条件は処理できる。また、付加条件が極めて多く、実行可能なルートが限定される場合には、ルート

を(できれば必要なものだけ陰的に)列挙し,集合被覆問題に帰着させるアプローチが有効になる.前述したように,このアプローチは,船舶のスケジューリングに適用され成功をおさめている [9, 10] .

一方,巡回セールスマン問題に対しては,セービング法は再認識されている.1980 年代に行われた点数 100 程度の小規模な実験では,挿入法ベースの解法が構築法の中では最も良いと報告されていた.しかし,最近行われた点数 10,000 を超えるような大規模問題に対する系統的な実験によると,挿入法よりも(正しいデータ構造で実装された高速な)セービング法の方が良い性能を示すことが報告されている.このセービング法の事例は,いつまでも古典手法にしがみついていることの危険性,小規模実験によってアルゴリズムの評価を行うことの危険性,古典手法を見直すことの重要性など様々な教訓を与えてくれる.

今後のこの分野の展望としては、ナビゲーションシステムとの融合があげられる。ナビゲーションシステムとは、最短経路を教えてくれるだけでなく、美味しいラーメン屋さんや近所の観光地まで紹介してくれる便利なシステムであり、我が国の普及率は世界的に見ても極めて高い。配送計画システムもナビゲーションシステムも、道路データがコアになる。道路データには距離、平均速度の他に、最近では、時刻依存の移動速度、高速料金(これも最近では時刻依存)、走りやすさの尺度などの様々な属性が付加されるようになってきている。ナビゲーションシステムでは、与えられた点間の最短路問題を解くことによって推奨ルートを求めるが、数千万点のネットワークに対して多目的最短路を瞬時に計算する技術は未だ確立されておらず、ほとんどのナビゲーションシステムでは、近似的に最短時間路を算出しているに過ぎない。最近、我々のグループでは、前処理を行うことによって最短路問題の厳密解を瞬時に算出するアルゴリズムを開発した[8]。これを拡張することによって、多目的・時刻依存・確率的な最短路問題の非劣解の集合を高速に算出することができるので、それを組み込んだ配送計画システムを開発することが今後の課題となる。

5 おわりに

最後に今後やっていきたいことを書いておこう.

1 つめのテーマは,人道支援ロジスティクス-humanitarian logistics-とよばれるものである.これは,単なる自然災害だけでなく,戦争も含めた災害に対する物資の後方支援を行うことである.とはいっても,最適化モデルの観点からみると,通常のロジスティクスと何らかわりはない.特徴としては,不確実性が大きいこと,正確な情報を得ることが困難なこと,目標が費用最小化ではなく,与えられた予算の範囲での救援活動を最大化することなどである.

もう1 つのテーマは在庫最適化である.何を隠そう,私は在庫理論の研究室の出身だ.とはいっても,今までには在庫理論の論文を書いたことはほとんどなく,もっというと,在庫理論にはアレルギーをもっていた.多くの洗練された理論は,ほとんどが実務から離れた空想モデルであるからだ.一方,我が国の実務においては,ほとんどが古典的なORモデルを使っており,ここ数十年の進展は取り入れられていない.これは残念なことであり,よりモダンでかつ実務で役に立つ在庫理論の普及活動を行わなければならないと考えている.

私の携わった在庫問題の成功事例の1 つは, Excel でできるような簡単なものであったが, これによって大手小売業の配送センターの在庫が3割以上削減されたというので驚いた(単純さは金と言うわけだ). 今後は, 単純でかつ役に立つ在庫モデルを実務から抽出し, それに対する適切な解法を開発していきたいと考えている. 解法の例としては,数理計画もありだと考えている. これは,動的計画における等価確定問題,もしくは適応型コントロールを行うことに相当する.また,実務から抽出された新しい在庫モデルである安全在庫配置モデル[5,7]も単純で役に立つものであるが,未だ国内では普及していない.これも配送計画のように,地道

に普及活動を行う必要があるだろう.

最後のテーマは(なるべく多くの)実際問題の解決である(自分なりの)サプライ・チェイン最適化の理論体系の整理は,拙著[7]で一段落したと考えている.研究者としては,実際問題を抽象化した新しい理論体系を構築することはそれなりに楽しいことであるが,実際の問題に対する提案解法がきちんと動いてくれた(そして,それなしでは現場が動かなくなるほど長年使ってくれた)ときの喜びは,それより遙かに大きいものだと感じている.もちろん,実際問題の解決は自分一人ではできないものであり,多くの人たちとの共同作業が必要である.未解決の実際問題は山積みであり,今後もそういった努力を継続していきたいと考えている.

最後に,本論文の草稿に目を通して,有益なアドバイスを頂いた富士通総研の大西真人氏に感謝の意を表する.

参考文献

- [1] G. Clarke and J. W. Wright. Scheduling of vehicles from a central depot to a number of delivery points. Operations Research, 1:568–581, 1964.
- [2] J. Edmonds and R. M. Karp. Theoretical improvements in algorithmic efficiency for network flow problem. *Journal of the Association for Computing Machinery*, 19:248–264, 1972.
- [3] M. Fisher and D. Hochbaum. Probabilistic analysis of the planar k-median problem. *Mathematics of Operations Research*, 11:27–34, 1980.
- [4] H. N. Gabow, J. L. Bentley, and R. E. Tarjan. Scaling and related techniques for geometry problems. In Proc. 16th Annu. ACM Sympos. Theory Comput., pages 135-143, 1984.
- [5] M. Kubo, K. Fujisawa, and T. Uno. Shortest path project home. http://www.logopt.com/mikiokubo/SP/, 2008.
- [6] E. L. Lawler. Fast approximation algorithms for knapsack problems. Mathematics of Operations Research, pages 339–356, 1979.
- [7] S. Lin and W. Kernighan. An effective heuristic algorithm for the traveling salesman problem. Operations Research, 21:498–516, 1973.
- [8] 久保幹雄. ロジスティクス工学. 朝倉書店, 2001.
- [9] 久保幹雄. 数理計画ソルバーを用いたメタ解法. システム/制御/情報, Vol. 50, No. 9:pp. 357-362, 2006.
- [10] 久保幹雄. サプライ・チェイン最適化ハンドブック. 朝倉書店, 2007.
- [11] 久保幹雄 and 小林和博. 階層的積木法と列生成法の融合-輸送・船舶スケジューリングを例として-. 計測と制御,第47巻第6号:519-524,2008.
- [12] 小林和博 and 久保幹雄. 船舶スケジューリング. In RAMPシンポジウム, 2008.