1 収益管理

- 陳腐化資産を対象とする．
  陳腐化資産（perishable asset）とは，時間がくるとその価値が 0 （もしくは極めて小さく）なってしまう企業体の資産
- 航空機におけるビジネス客レジャー客のように，顧客の種類などによって市場細分化が可能である．
- 商品は事前に販売される．
- 需要の変動が激しい．
- 航空機やホテルのように，初期投資（固定費用）が大きい．
- 航空機の座席数のように，容量を増加させるには大きな固定費用を要する．
- 顧客を処理するときの変動費用が，固定費用とくらべて小さい．

動的価格付け（dynamic pricing）：需要を細分化することなしに，商品の価格を動的に変更する方法

2　1 行程に対する在庫割り当てモデル

割引価格（正規価格の $0 < r < 1$ 倍とする) で販売

現時点から飛行機の出発時刻の間に正規価格で購入を希望するお客さんがやって来る確率 p

将来の利益の期待値は「$p\times$ 正規価格」

割引のお客さんには，割引率 r が p 未満なら販売を中止し，p 以上なら販売を継続すれば良い

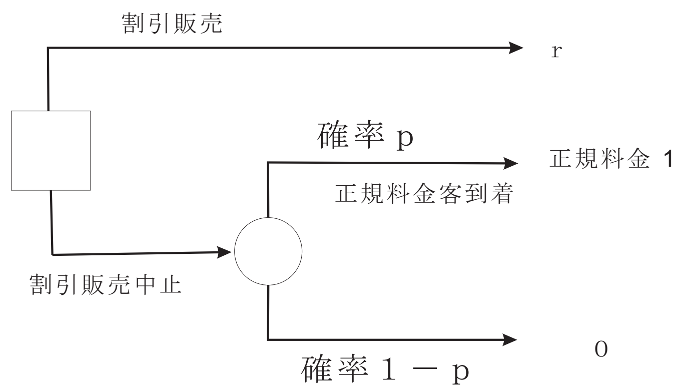

図1　割引価格のお客さんに販売するか否かを決めるための決定木．

3　入れ子上限コントロール方策

残り時間内における正規運賃を支払う顧客数を表す確率変数 X

割引運賃の割引率を $0 < r < 1$

正規運賃用の保護レベル θ **：正規運賃を支払う顧客用に確保すべき座席数**

保護レベルの座席を正規運賃を支払う顧客に売り切ってしまう確率は $\Pr(X \geq \theta)$ **であるので，割引率** r **が** $\Pr(X \geq \theta)$ **以上の間は，割引率** r **の顧客への販売を継続**

すなわち，保護レベル θ **は，**

$$\Pr(X \geq \theta) \leq r$$

を満たす最大の $\theta - 1$

4　例

正規運賃を支払う顧客数が平均 100，標準偏差 10 の正規分布 $N(100, 10^2)$ にしたがうとき，割引率 0.8 の割引価格のチケットに対する保護レベル
$\Pr(X \geq \theta) \leq 0.8$ を満たす最大の θ は 92 であるので，91 の座席を正規運賃を支払う顧客用に確保

表1　例題における θ と $\Pr(X \geq \theta)$

θ	$\Pr(X \geq \theta)$
89	0.864334
90	0.841345
91	0.815940
92	0.788145
93	0.758036
94	0.725747

5　動的計画モデル(1)

行程（leg）：航空機の 1 つの発地から着地までの便
旅程（itinerary）：顧客の需要（1 つ以上の行程から構成される発地から着地までのパス）

飛行機の座席：旅程は**発地**（origin），**着地**（destination），**運賃クラス**（fare class）の3 つ組（頭文字をとって ODF）運賃クラスの例：Y, B, M, Q の 4 つの運賃クラスを考える．Y が最も高い運賃クラスであり，制限なしにいつでも購入できる．最も安いクラスは Q であり，その価格をベースとして，クラス Y, B, M の価格はそれぞれ 4 倍, 2 倍, 1.5 倍

例 1 (ホテルの予約) 簡単な例として，週末（金，土，日の3 日間）のホテルの予約を考える．ネットワークは，金曜日，土曜日，日曜日を表す 3 点と，(金,土)，(土,日) の 2 本の枝（行程）から構成される．宿泊の仕方は，(1) 金から土にかけての宿泊，(2) 土から日にかけての宿泊，(3) 金から日にかけての連泊の 3 通りの日程を考え，各々の日程に対して，宿泊料金の異なる2 つのクラス（高と低）があるものとする．これらの 6 通りに分類された顧客グループの需要が旅程になる．

6　動的計画モデル(2)

時刻： $T, T-1, \cdots, t+1, t, t-1, \cdots, 0$
行程 i の容量 N_i：現時点（時刻 T）における行程 i の残数
R_j：旅程 j の運賃（収益）
$A = [a_{ij}]$ ：「行程 i が旅程 j に含まれるとき $a_{ij} = 1$」の行列

例 2 (ホテルの予約（続き）) ホテルの予約の例では，行程数 $\ell = 2$，旅程数 $m = 6$ となり，行列 A は以下のようになる．

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

7　Bellman方程式

p_j^t ：時刻 t において旅程 j の需要が発生する確率（旅程 0 は，どの旅程も発生しない特別な場合）

動的計画の状態空間 $DP(n,t)$ ：時刻 t と残り座席を表すベクトル $n=(n_1,n_2,\cdots,n_\ell)$ の対

Bellman方程式（Bellman's equation）：すべての $n \le N$ ならびに $t \le T$ に対して，

$$DP(n,t)=\sum_{j=1}^{m} p_j^t \max\left\{DP(n,t-1), R_j+DP(n-A^j,t-1)\right\}+p_0^t DP(n,t-1)$$

初期（境界）条件：

$$DP(n,t)=-\infty \quad \text{ある } i \text{ に対して } n_i<0 \text{ のとき}$$

$$DP(n,0)=0 \quad \forall n \ge 0$$

8　最適方策

$$DP(n,t) = DP(n,t-1) + \sum_{j=1}^{m} p_j^t [R_j - DP(n,t-1) + DP(n-A^j, t-1)]^+$$

機会費用（opportunity cost）$OC_j(n,t)$ ：$DP(n,t-1) - DP(n-A^j, t-1)$

$$DP(n,t) = DP(n,t-1) + \sum_{j=1}^{m} p_j^t [R_j - OC_j(n,t)]^+$$

最適方策：

$$\begin{array}{lll} R_j \geq OC_j(n,t) & \Rightarrow & \text{受け入れ} \\ \text{それ以外} & \Rightarrow & \text{拒否} \end{array}$$

9　1 行程の例題

正規運賃を支払う顧客の到着確率を $p_1 = 0.2$，割引率 $r = 0.5$ の顧客が到着する確率を $p_2 = 0.7$，両方とも発生しない確率を $p_0 = 0.1$

現在時刻 T $(= 10)$ における残り座席数（n）を 5

現時点での期待利益は，約 3.43

機会費用 $OC_j(n, t)$ が割引率 0.5 未満のときには，割引の顧客を受け入れ，それ以外の場合は拒否

$t \setminus n$	5	4	3	2	1
2	0	0	0	0	0.55
3	0	0	0	0.46	0.64
4	0	0	0.414	0.524	0.712
5	0	0.3726	0.4962	0.5616	0.7696
6	0.33534	0.48384	0.51194	0.6032	0.81568
7	0.46899	0.500772	0.530192	0.645696	0.852544
8	0.497053	0.506656	0.553293	0.687066	0.882035
9	0.501037	0.515983	0.580047	0.72606	0.905628
10	0.504026	0.528796	0.60925	0.761973	0.924503

10　数理計画モデル

D_j^t：時刻 t から時刻 0 の間の旅程（需要）j の総和を表す確率変数
y_j　：旅程 j を受け入れる総数を表す（実数）変数
旅程に行程容量 n_i $(i = 1, \cdots, \ell)$ を割り振る線形計画問題

$$
\begin{aligned}
LP(n, \mathrm{E}[D^t]) \quad = \text{maximize} \quad & \sum_{j=1}^{m} R_j y_j \\
\text{subject to} \quad & \sum_{j=1}^{m} a_{ij} y_j \leq n_i \qquad \forall i = 1, \cdots, \ell \\
& 0 \leq y_j \leq \mathrm{E}[D_j^t] \quad \forall j = 1, \cdots, m
\end{aligned}
$$

例題：

$$
\begin{aligned}
\text{maximize} \quad & 1y_1 + 0.5y_2 \\
\text{subject to} \quad & y_1 + y_2 \leq 5 \\
& 0 \leq y_1 \leq 2 \\
& 0 \leq y_2 \leq 7
\end{aligned}
$$

最適解は $y_1 = 2, y_2 = 3$，最適値は 3.5

11　入札価格コントロール方策

旅程（需要）が発生したときに，その旅程を受け入れるか，拒否するかをリアルタイムに決定

入札価格（bid price）：線形計画問題における容量制約に対する最適双対変数
v_i $(i = 1, \cdots, \ell)$ で機会費用 $OC_j(n, t)$ を近似
入札価格 v を用いた**入札価格コントロール方策**（bid-price control policy）：

$$\begin{array}{lcl} R_j \geq \sum_{i:a_{ij}=1} v_i & \Rightarrow & \text{受け入れ} \\ \text{それ以外} & \Rightarrow & \text{拒否} \end{array}$$

12　入れ子上限コントロール方策

入れ子上限コントロール方策（nested limit control policy）：各旅程 j 用に確保された行程 i の座席数を決めておく方法

数理計画モデルによって得た行程に対する双対変数を v_i $(i = 1, \cdots, \ell)$ このとき，旅程 j に対する以下の指標

$$\bar{R}_j = R_j - \sum_{j=1}^{m} a_{ij} v_i$$

の大きい順に優先して座席数の上限を入れ子になるように決定

数理計画モデルによって得た最適解を y_j^* $(j = 1, \cdots, m)$ とし，$\bar{R}_j$ が大きい順に $1, 2, \cdots, m$ となるように旅程の番号を並べ替え

旅程 j のために行程 i に割り振られた（確保された）座席数の上限 S_{ij}：

$$S_{ij} = n_i - \sum_{k<j:A_{ik}=1} y_k^*$$